

제 6장. 각의 측정

각의 정의:

- **수평각:** 시준선을 수평면에 투영했을 때 이루는 각
- **연직각(고도각, 고저각):** 연직면내에서 측선이 수평선과 이루는 각(앙각, 부각)

6.1 각의 측정 단위

1) 도(degree)

- 원주를 360등분할 때, 눈금 한 개의 중심각을 1도라고 하고, 1도는 60분, 1분은 60초로 세분화 된다. 측량현장에서 많이 사용

2) 그레이드(grade)

- 원주를 400등분할 때, 눈금 한 개의 중심각을 1그레이드(grade) 또는 1곤(gon)이라 한다.

3) 라디안(radian)

- 원의 반지름과 같은 길이의 원호가 만드는 원의 중심각을 1라디안(radian)이라 한다. 원의 둘레($2\pi r$)이므로, 전 원은 ($2\pi r/r$)

4) 밀(mil)

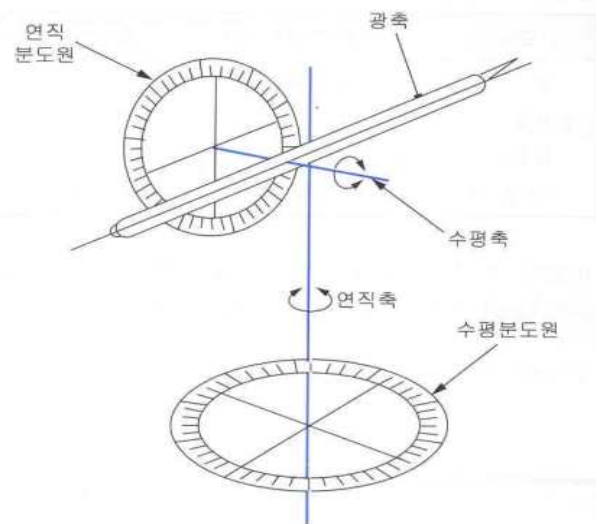
- 군사용으로 많이 사용, 원의 둘레는 6400눈금으로 등분한 것으로 아주 세밀하게 각을 측정할 때, 사용함

6.2 각측정 기기

1) 구성: 시준선, 수평축, 연직축, 연직분도원, 수평분도원

2) 각 측정을 위한 측각기의 기본조건

- 시준선은 기포관축과 나란해야 한다.
- 시준선은 수평축과 직각이어야 한다.
- 수평축은 연직축과 직각이어야 한다.
- 수평축은 연직 분도원과 직각이어야 한다.
- 연직축은 수평분도원과 직각이어야 한다.



■ 측각기의 기본 요소

6.3. 데오돌라이트(Theodolite)

	Transit	Theodolite
차이점	분도원과 유표의 조합에 의해 눈금을 읽는다.	측미나사(micrometer)와 측미경(microscope)을 통하여 눈금을 읽는다.

※ 오늘날에는 명확한 구분이 없고, digital theodolite의 사용이 거의 보편화

1) 데오돌라이트 특징

- 가볍고. 크기가 작다(5kg), 3개의 정준 나사로 이루어짐
- 십자선은 유리판에 그려져 있어. 목표물을 신속하고, 정밀하게 시준할 수 있다.
- 광학 구심기를 이용(추를 이용할 수도 있다)
- 분도원의 눈금은 부식 인쇄법을 사용하여 유리판에 인쇄
- 분도원 및 각종 광학 장치들은 방수 및 방진 구조물로 구성
- 한 개의 원형 기포관과 관형 기포관이 있으며 정준 작업은 이들에 의하여 이루어짐



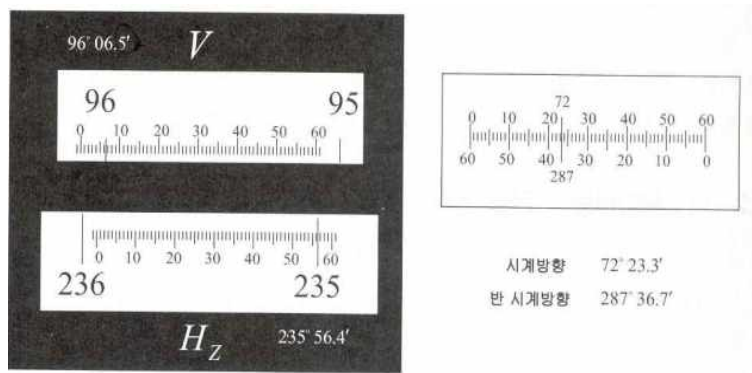
■ 원형기포관(좌)과 관형기포관(우)

2) 데오돌라이트의 읽음 장치

- 수치를 독취할 수 있는 분도원이 기계속에 내장되어 있으므로, 데오돌라이트의 각은 망원경 옆에 부착된 작은 측미현미경(측미경)을 통하여 읽혀짐
- 측미경에 의한 각의 읽음은 지주에 부착된 작은 거울을 이용하여 햇빛이나 불빛을 기계 내부에 비추어서 독취를 함

① 직독식 축척자에 의한 방법

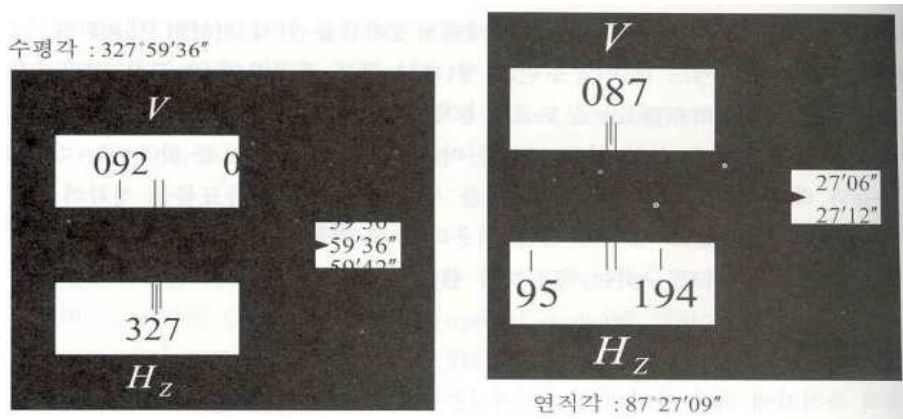
- 도 단위는 분도원의 눈금으로 직접 읽고, 분 단위는 버니어(유표)의 눈금으로 읽음



■ 직독식 광학 축척자

② 측미경에 의한 방법

- 측미경을 이용하는 경우에는 지표 맞추기 작업이 선행 되어야 함
- 지표 맞추기는 **지표 중앙 맞추기**와 **지표 합치기** 방식이 있다.
- 각의 읽음은 보통 1초 단위 까지 직접 읽을 수 있음
- 시준에 의한 초기 측미경의 눈금은 지표(아래그림의 짧은 두 눈금)사이에 있지 않다. 이를 중앙에 오도록 측미나사를 이용하여 조정한 후, 정확한 값을 읽는다(시준선방향은 그대로 유지된다).
- 정밀 각 측정기에 많이 사용



■ 측미경 읽음 장치(지표 중앙 맞추기 방식)

③ 전자식 데오돌라이트

- 기존의 데오돌라이트에 비해 측정값을 LCD(액정화면)에 디지털 형식으로 직접 읽을 수 있는 장점
- 현재 측량현장에서 가장 많이 활용

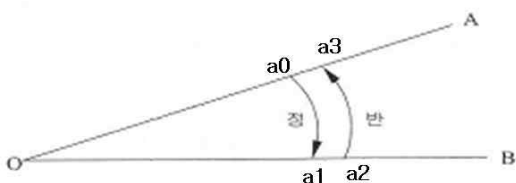
④ 토탈스테이션

- 전자식 데오돌라이트 기능에 EDM 기능을 추가한 기기
- 거리와 각을 이용한 좌표계산 기능과 측정된 값을 저장할 수 있는 메모리 카드 또는 자체 저장 장치가 내장 되어 있음

6.4 각의 측정법

1) 단측법:

- 시점과 종점에 대하여 1회 측정
- 정·반위 관측을 원칙으로 한다.

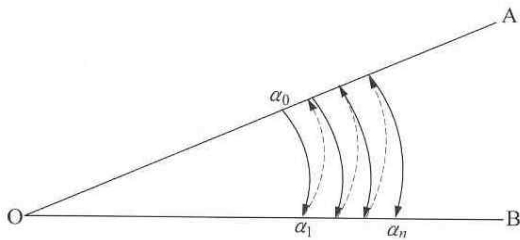


■ 단측법

$$\angle AOB = \frac{(a_1 - a_0) + (a_2 - a_3)}{2}$$

2) 반복법 :

- 시점과 종점의 각을 여러번(3~6회) 반복하여 측정
- 유표의 최소 눈금이하로 수평각을 측정할 수 있다.
- 오독(誤讀)을 방지할 수 있다.
- 읽음 오차가 작아진다.



$$\angle AOB = \frac{(a_n - a_0)}{n}$$

여기서, a_0 : 최초의 읽음값

a_n : 최후의 읽음값

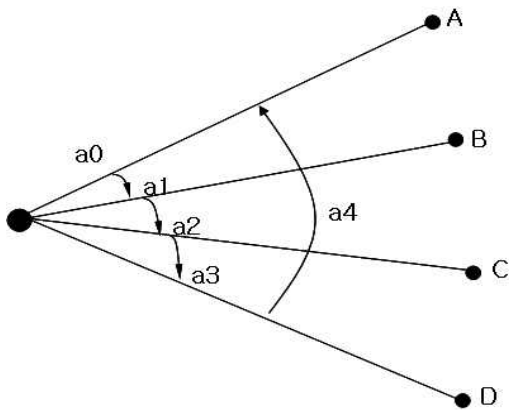
n : 측정횟수(반복횟수; 주로 3의 배수)

■ 반복법

※ 3의 배수로 반복하는 이유: 원래의 수평각 $24^\circ 17'16''$ 가 있다면, 01'읽기 각측정기의 경우, $24^\circ 17'$ 으로 읽혀진다. 이 각을 3회 반복해서 읽으면 누적되어 $24^\circ 17' \times 3 = 72^\circ 51' 00'' + 16'' \times 3 (=48'') = 72^\circ 52' 00''$ 이 된다. 이를 3으로 다시 나누면 $72^\circ 52' 00'' / 3 = 24^\circ 17' 20''$ 로 원래 수평각에 근접해진다.

3) 방향관측법:

- 한 방향에서 여러 각을 측정할 때 편리
- 높은 정밀도를 획득
- 주로 3등 이하의 삼각측량에 많이 사용



- $a_4 = a_0$ 이면,

$$\angle AOB = a_1 - a_0$$

$$\angle BOC = a_2 - a_1$$

$$\angle COD = a_3 - a_2$$

- $a_4 \approx a_0$ 이면,

다른 값들도 균일하게 조정

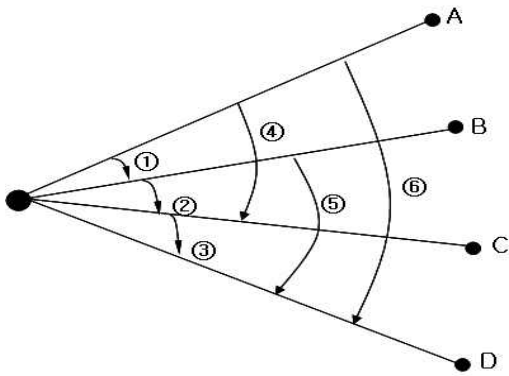
■ 방향관측법

4) 각 관측법 :

- 가장 정확한 방법
- 우리나라 1등 삼각측량에서 채택
- 모든 각을 측정한 후, 최소제곱법으로 조정하여 최확값 획득
- 총 관측각의 수 = $N(N-1)/2$ (N : 관측할 방향 수)

실제 각의 수 = $N-1$

조건식의 수 = 총관측각의 수 - 실제 각의 수 = $(N-1)(N-2)/2$



$N=4$

총관측각의 수 = 6

실제 각의 수 = 3

조건식의 수 = 3

조건식: ①+②=④

②+③=⑤

①+②+③=⑥ 이 되어야 한다.

6.6 각 측정시 발생오차

1) 기계오차

오차의 종류		원인	처리 방법
기포관 조정불완전에 의한 오차(3축오차)	시준축 오차	시준축과 수평축이 직교하지 않는다.	정, 반위 관측법으로 산술평균
	수평축 오차	수평축이 연직축에 직교하지 않는다.	정, 반위 관측법으로 산술평균
	연직축 오차	연직축이 정확히 연직선에 있지 않다.	연직축과 수평 기포축과의 직교를 조정(정, 반위 관측법으로 소거불가)
구조상 결함에 의한 오차	회전축 편심오차	시준기의 회전축(수평축과 연직축)과 분도원(수평분도원과 연직분도원)의 중심이 불일치	정, 반위 관측법으로 산술평균
	시준선의 편심오차	시준선이 수평분도원의 중심을 통과하지 않는다.	정, 반위 관측법으로 산술평균
	분도원의 눈금오차	눈금의 부정확	읽은 분도원의 위치를 변화시켜, 관측횟수를 많이 하여 평균(=n대회 관측)

2) 개인적인 오차

오차의 종류		원인	처리 방법
개인오차	치심오차	측점과 기계중심의 불일치	편심거리와 편심각을 측정 ⇒ 편심보정
	시준오차	시준선과 십자선의 교점 불일치(시준하고자하는 부분과 십자선의 교점 불일치)	traversing target 사용
	조작부주 의	기포관 조정의 불일치 삼각의 불안전과 삼각 고정나사가 풀어짐	재측

- 기계설치 때의 치심오차(=편심오차, 구심오차)

- 시준오차 : 목표와 시준선의 불일치, 풀을 측정 상에 연직으로 세우지 않았을 때의 오차

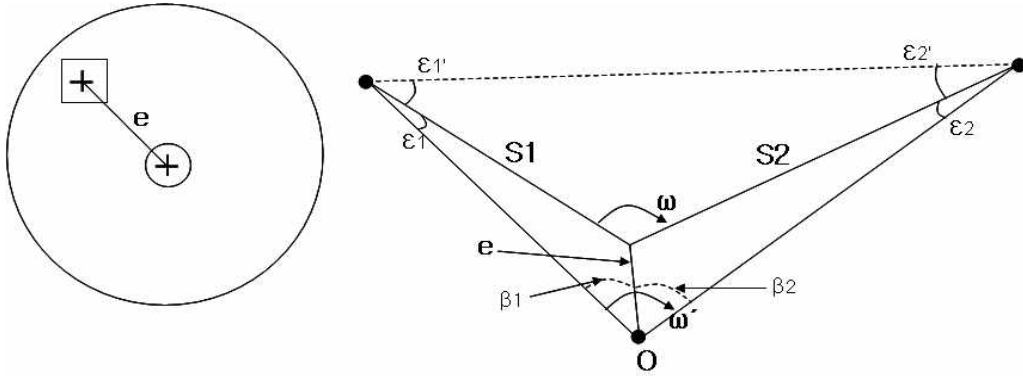
3) 자연현상에 의한 오차

- 바람, 햇빛, 온도 변화, 햇빛의 굴절에 의한 오차
- 최적의 각 관측 시각: 수평각은 조, 석(아지랑이가 조, 석에 小)
수직각은 정오경(빛의 굴절오차는 조석에 大, 정오 小)

4) 착오

- 나사취급의 착오, 측각의 오독, 측각의 오기

※ 치심오차(Δe): 구심불량이 원인



■ 구심불량(좌)에 의한 치심오차(우)

$$-\Delta e = w - w' = [180^\circ - (\varepsilon_1' + \varepsilon_2')] - [180^\circ - (\varepsilon_1 + \varepsilon_1' + \varepsilon_2 + \varepsilon_2')] = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

- 일반적인 경우

$$S_1 \cdot \varepsilon_1 = e, \quad S_2 \cdot \varepsilon_2 = e \quad \text{일때} \quad S_1 = S_2 = S \quad \text{이면,}$$

$$\Delta e = \frac{e}{S_1} + \frac{e}{S_2} = \frac{e}{S} + \frac{e}{S} = \frac{2e}{S} \text{ (rad)} = \frac{2e}{S} \rho''$$

$$\therefore \Delta e = \left(\frac{2e}{S} \right) \times \rho''$$

여기서, Δe : 치심오차, e : 편심량, S : 축선거리(단, $S_1 = S_2$)

- β_1, β_2 측정이 가능한 경우,

$$\frac{S_1}{\sin \beta_1} = \frac{e}{\sin \varepsilon_1}, \quad \frac{S_2}{\sin \beta_2} = \frac{e}{\sin \varepsilon_2}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 는 거리 S_1 과 S_2 에 비해 미소하므로 $\sin \varepsilon_1 \doteq \varepsilon_1 \text{ (rad)}$, $\sin \varepsilon_2 \doteq \varepsilon_2 \text{ (rad)}$

$$\frac{S_1}{\sin \beta_1} = \frac{e}{\varepsilon_1}, \quad \frac{S_2}{\sin \beta_2} = \frac{e}{\varepsilon_2}, \quad \varepsilon_1 = e \times \frac{\sin \beta_1}{S_1}, \quad \varepsilon_2 = e \times \frac{\sin \beta_2}{S_2}$$

$$\therefore \Delta e = w - w' = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \doteq e \left(\frac{\sin \beta_1}{S_1} + \frac{\sin \beta_2}{S_2} \right)$$